



Matematica

capitoli introduttivi

Impressum

Editore:	Dipartimento dell'educazione, cultura e protezione dell'ambiente dei Grigioni
Riguardo al presente documento:	Edizione del 15.03.2016
Immagine di copertina:	Alexey Klementiev/Hemera/Thinkstock
Copyright:	Titolare dei diritti d'autore e di tutti gli altri diritti: CDPE-D.
Internet:	gr-i.lehrplan.ch

Contenuto

Importanza e obiettivi	2
Indicazioni didattiche	4
Indicazioni strutturali e contenutistiche	6

Importanza e obiettivi

La matematica è uno strumento per esplorare e capire l'ambiente. Il piano di studio del settore disciplinare matematica insegna a usare questo strumento con comprensione nonché in modo critico e creativo. Esso mira a unire l'azione matematica con i contenuti matematici. Il confronto con la matematica favorisce lo sviluppo dell'astrazione, dell'immaginazione, della competenza di risolvere problemi e del pensiero razionale. In questo contesto è fondamentale il modo in cui vengono affrontate nuove sfide e vengono presentati fatti e riflessioni proprie. Gli sviluppi delle competenze fanno luce su un campo d'apprendimento che deve soddisfare le esigenze odierne poste a una formazione matematica.

La matematica quale risultato di uno sviluppo storico-culturale

Grazie a un curriculum per lo più uniforme a livello nazionale e internazionale che è diventato una cosa normale, nella scuola dell'obbligo gli allievi vengono confrontati da lungo tempo con contenuti matematici identici o simili.

In questo contesto non va dimenticato che la matematica è una scienza con radici geograficamente molto disperse e con una tradizione millenaria. Una matematica che oggi sembra finita si è sviluppata nel corso di secoli sotto l'influenza storico-culturale.

Spesso, nuove conoscenze vengono acquisite attraverso vie più lunghe, attraverso lo scambio di idee, e si orientano a quanto già conosciuto. Di conseguenza, anche gli allievi dipendono spesso da vie più lunghe e dallo scambio con altri per poter acquisire nuove conoscenze.

Esigenze della società

Una società in continua mutazione pone esigenze nuove all'insegnamento della matematica e pone l'uso di media e dati in primo piano. Mentre fino a pochi decenni fa i dati e i risultati venivano rilevati e calcolati da persone, oggi i processi automatizzabili vengono eseguiti da macchine e computer. Sono state poste al centro le attività come la ricerca, la presa in visione, l'interpretazione e l'elaborazione di dati già conosciuti. Nella professione e nel tempo libero, le sfide matematiche consistono più spesso nell'inserimento di dati, nella loro valutazione, nella messa in relazione tra loro, nella loro interpretazione e comunicazione.

Vi sono aspettative della società nei confronti della matematica anche per quanto riguarda la selezione. Le decisioni di selezione vengono motivate con risultati di misurazioni delle prestazioni in matematica, perché a prima vista sembra semplice e preciso esprimere le competenze matematiche sulla base di esercizi risolti correttamente. In tale contesto, la pretesa di successo alle verifiche dell'apprendimento e agli esami può entrare in concorrenza con l'apprendimento orientato alla comprensione.

Il cambiamento sociale si riflette anche nelle richieste del mondo del lavoro relative a una formazione di base in matematica che consenta un'istruzione superiore.

I seguenti obiettivi specifici del settore disciplinare vanno interpretati in considerazione dell'importanza della matematica condizionata da aspetti storico-culturali e sociali. Essi tracciano una formazione matematica di base che è importante per la partecipazione alla vita professionale e quotidiana.

Acquisire sapere matematico specifico

Il sapere matematico specifico comprende conoscenze, abilità e routine essenziali nella vita quotidiana o professionale.

Il piano di studio del settore disciplinare matematica affronta il sapere e il saper fare del settore disciplinare in primo luogo nell'attività *Operare e denominare*. Nell'ambito di competenza *Numero e variabile* vi sono in primo piano una comprensione assicurata del concetto di numero e un uso dimesticato di valori posizionali, nell'attività *Forma e spazio* sono centrali le relazioni tra lunghezze, aree e volumi.

Sviluppare conoscenze di orientamento e pratiche

Gli sviluppi e i processi in quasi tutti gli ambiti della vita si avvalgono della matematica. In tale ottica, la matematica è una scienza che funge da base per altri settori disciplinari. Per quanto riguarda temi provenienti dall'ambiente degli allievi come la comunicazione elettronica o la gestione del denaro, ma anche temi come lo

sviluppo demografico, l'architettura, l'astronomia o la climatologia, si tratta di riconoscere, discutere, matematizzare, rappresentare e calcolare il contenuto matematico.

Il piano di studio del settore disciplinare matematica affronta i rispettivi temi soprattutto nell'attività *Grandezze, funzioni, dati e casualità*.

Rafforzare la capacità di pensiero, di giudizio e di critica

Nell'insegnamento della matematica vengono promosse le capacità di riconoscere le correlazioni e le regolarità, di trasferire, di invertire i ragionamenti, di astrarre, di applicare la logica e di ragionare in modo coerente. Ciò presuppone un apprendimento e un insegnamento della matematica orientati alla comprensione che porta a conoscenze proprie e rafforza la capacità di pensiero e di giudizio per il confronto con problemi futuri. L'apprendimento della matematica richiede inoltre precisione e disciplina nel pensiero e quindi anche nell'addestramento del pensiero. Il piano di studio del settore disciplinare tiene conto di questa richiesta in particolare nell'attività *Esplorare e argomentare*. Nello scambio con altri, gli allievi scoprono accessi individuali, sviluppano approcci di soluzione per questioni e ampliano le competenze personali, sociali e metodologiche.

Sfruttare la matematica quale lingua

La matematica è anche una lingua con la quale è possibile ampliare notevolmente le possibilità di espressione dal punto di vista logico, strutturale e visivo. Uno scambio regolare tra gli allievi contribuisce anche allo sviluppo di competenze nella lingua quotidiana e specialistica e alla formazione della capacità di riflessione. Il settore disciplinare Matematica stimola l'ampliamento delle competenze linguistiche in particolare nelle attività *Matematizzare e rappresentare* ed *Esplorare e argomentare*.

Sviluppare interesse per la matematica

L'agire personale e i successi personali (anche se piccoli) sono in grado di suscitare interesse e incitano a spingere il ragionamento un passo più in là. In tal modo, il lavoro con serie di numeri, ornamenti o anche con problemi contestuali può essere interessante se questi sono stati sviluppati, modificati e interpretati dall'allievo stesso e poi scambiati con altri. Nello sviluppare soluzioni, ragionamenti e domande propri e nello scoprire correlazioni, gli allievi vivono la matematica come qualcosa che ha un senso. Il piano di studio del settore disciplinare attribuisce grande importanza al riconoscimento, alla variazione, alla produzione e alla valutazione di schemi. Un accesso esplorativo giocoso alla matematica evoca negli allievi una certa emozione e rafforza l'interesse per la matematica.

Indicazioni didattiche

Apprendere in modo orientato alla comprensione

Le operazioni, i concetti e le relazioni possono essere rappresentati con azioni e immagini nonché in modo linguistico-simbolico. Per l'apprendimento orientato alla comprensione è importante cambiare tra queste tre forme di rappresentazione. Per questa ragione devono essere create situazioni di apprendimento durante le quali situazioni concrete o rappresentazioni in immagini vengono tradotte nel linguaggio tecnico astratto o, viceversa, concetti o espressioni matematiche vengono concretizzati. Gli allievi si confrontano con materiale illustrativo, modelli e strutture ricchi di contenuti matematici. In questo modo riescono a comprendere meglio fattispecie matematiche, acquisire evidenze e applicare operazioni, concetti, procedure e piani.

Esercizio produttivo

L'esercizio produttivo si orienta alle strutture matematiche. In simili situazioni di apprendimento, gli allievi calcolano singole operazioni e acquisiscono una maggiore speditezza. Le relative strutture possono essere esplorate, rappresentate, proseguite, cambiate e motivate. La destrezza nel calcolo si basa su relazioni di cui si diventa coscienti durante l'esercizio produttivo.

Automatizzare

Gli allievi devono disporre con prontezza di conoscenze e risultati di calcoli fondamentali. Gli allievi che sanno a memoria le tabelline dall'1 al 10 sono in grado di imparare su questa base le tabelline dall'11 al 20 o di stimare prodotti di operazioni con numeri più grandi. L'apprendimento della matematica comprende non soltanto la ripetizione, il ricordarsi, l'automatizzazione e l'allenamento, bensì anche l'esplorazione e l'argomentazione.

Un'automatizzazione troppo precoce e non orientata all'immaginazione e alla comprensione può sì favorire successi nell'apprendimento a corto termine, ma essa ostacola ulteriori processi di apprendimento.

Esercizi

Esercizi ricchi di informazioni si orientano a strutture matematiche od oggettive che possono essere scoperte e utilizzate. Essi lasciano spazio a vie di soluzioni, soluzioni, strategie, rappresentazioni, ausili e spazi numerici. Lasciando tale spazio, sono accessibili per tutti gli allievi e possono essere elaborati a livelli differenti.

Esercizi chiusi che apparentemente ammettono un solo risultato o una sola soluzione possono spesso essere arricchiti. Per fare questo, gli insegnanti inseriscono ad es. un'espressione in una serie di esercizi strutturata e invitano così al confronto e al trasferimento in un'altra rappresentazione.

Valutazione

I processi di apprendimento e i relativi risultati in matematica che vengono valutati e giudicati si riferiscono alle competenze descritte nel Piano di studio. In tale contesto sono importanti i feedback concreti individuali agli allievi. Questi feedback sostengono l'allievo nella stima delle proprie capacità e nella pianificazione di ulteriori fasi di apprendimento.

In situazioni di valutazione le verifiche dell'apprendimento e i test vengono completati con esercizi ricchi di informazioni. In tale contesto le prestazioni degli allievi vengono stimate secondo criteri qualitativi.

Viene ad esempio valutato come gli allievi

- applicano il sapere e le capacità;
- riflettono in modo orientato alla materia;
- espongono e documentano in modo comprensibile domande, ragionamenti e vie di soluzione;
- rielaborano esercizi risolti in modo insufficiente.

In determinati momenti, le informazioni raccolte da controlli dell'apprendimento, esami, situazioni di valutazione con esercizi ricchi di informazioni, presentazioni e protocolli di soluzione relativi a esercizi di ricerca, colloqui sulla situazione scolastica e diari di apprendimento vengono concentrate in una valutazione complessiva. (vedi anche *Basi*, capitolo *Concetto di apprendimento e insegnamento*)

Imparare da solo e in comune	Gli allievi imparano la matematica con efficacia attraverso il proprio agire e la scoperta individuale nonché degli altri e nello scambio con gli altri. L'apprendimento in comune è in continua interazione con l'apprendimento individuale. A tale scopo sono necessari esercizi ricchi e significativi dal punto di vista della materia. Ad esempio, gli allievi li elaborano dapprima in modo autonomo. In seguito scambiano con gli altri le procedure scelte, le loro rappresentazioni e le loro soluzioni. Questo scambio precede la spiegazione di convenzioni e regole matematiche. L'insegnante crea il quadro specialistico. Esso prepara le lezioni, crea ambienti di apprendimento e introduce problematiche ed esercizi che favoriscono la comprensione degli allievi. Durante la fase di lavoro, osserva gli allievi, chiede se tutto è chiaro, offre accessi adeguati, invita a presentare motivazioni, spiega punti centrali e richiama l'attenzione su modi di scrivere e di esprimersi correttamente dal punto di vista matematico.
Tenere conto dell'eterogeneità	L'eterogeneità delle prestazioni può essere affrontata con una differenziazione interna e con il principio della differenziazione naturale. In caso di differenziazione interna, gli insegnanti assegnano agli allievi esercizi, forme di elaborazione e ausili conformemente alle conoscenze preliminari, alle possibilità di prestazione e alla necessità di sostegno. Durante le lezioni, gli esercizi ricchi di informazioni differenziano in modo naturale: essi contengono requisiti per l'intero spettro di prestazioni. Gli allievi elaborano lo stesso esercizio a seconda delle loro capacità e rappresentano le loro vie di soluzione e le soluzioni in modo individuale. Gli insegnanti creano esercizi adatti, offrono assistenza durante l'elaborazione e forniscono aiuti individuali per garantire la migliore promozione possibile.
Aspetti prioritari relativi alle competenze trasversali	La matematica pone l'accento sulla promozione delle competenze metodologiche in quanto invita gli allievi a variare sistematicamente, a ricavare informazioni, a ordinare e utilizzare dati, a fare supposizioni, a cercare analogie, a pianificare una via di soluzione, a verificare i risultati, a schizzare situazioni di fatto o a rappresentare dati sotto forma di tabella. L'insegnamento della matematica contribuisce anche allo sviluppo di competenze personali, come l'autonomia e la capacità di riflessione, ad esempio quando gli allievi elaborano degli esercizi in maniera autonoma, cercano vie di soluzione, esplorano, argomentano, verificano soluzioni nonché riflettono su modi di procedere e rappresentazioni. (vedi anche <i>Basi</i>, capitolo <i>Competenze trasversali</i>)
Indicazioni relative al 1° ciclo	Nei primi anni di formazione vengono sviluppate basi importanti per il futuro successo scolastico in matematica. Al più tardi a partire dal 4° anno di vita, la maggior parte dei bambini amano contare e mostrano interesse per numeri e forme. Un insegnamento orientato allo sviluppo e alle competenze riprende questi motivi e consente di accedere a ulteriori conoscenze. Al centro vi sono l'esplorazione giocosa, le prime esperienze, la scoperta e la rappresentazione di relazioni matematiche, l'avvicinamento alla logica matematica, il potenziamento di strategie matematiche e la relativa discussione. In linea di principio valgono gli stessi principi didattici applicati per l'intero settore disciplinare Matematica: i bambini si riallacciano alle proprie conoscenze pregresse, cercano vie o soluzioni proprie e scambiano tra di loro le esperienze fatte. Offerte e differenziazioni variegata tengono conto delle grandi differenze nel sapere e nella comprensione. (vedi anche <i>Basi</i>, capitolo <i>Tematiche prioritarie del 1° ciclo</i>)

Indicazioni strutturali e contenutistiche

Contenuti e attività matematici

La competenza matematica si esprime nell'applicazione di sapere matematico in situazioni concrete o nell'interazione fra contenuti matematici e attività matematiche. Le competenze formulate si riferiscono quindi agli ambiti di competenza risp. ai contenuti (cosa?) e alle attività (come?).

Gli ambiti di competenza e le attività sono da considerare equivalenti, l'ordine scelto non rispecchia nessuna gerarchia. Di conseguenza, l'apprendimento e l'insegnamento della matematica non possono limitarsi a singole celle della tabella sottostante, ma si riferiscono all'intero campo dell'agire matematico che viene definito dagli ambiti di competenza e dalle attività.

Tabella 1: panoramica degli ambiti di competenza e delle attività

		Ambiti di competenza		
		Numero e variabile	Forma e spazio	Grandezze, funzioni, dati e casualità
Attività	Operare e denominare			
	Esplorare e argomentare			
	Matematizzare e rappresentare			

Ambiti di competenza (contenuti)

Il piano di studio del settore disciplinare distingue i tre ambiti di competenza *Numero e variabile* (aritmetica e algebra), *Forma e spazio* (geometria) nonché *Grandezze, funzioni, dati e casualità* (corrisponde maggiormente al calcolo con problemi concreti).

Numero e variabile

I numeri permettono di determinare le quantità e le successioni. Le conoscenze relative a caratteristiche e strutture di numeri, insiemi di numeri e operazioni si basano sul principio fondamentale del sistema di numerazione posizionale. In tal modo, numeri di varia grandezza possono essere rappresentati con la precisione desiderata.

Nell'algebra, oltre ai numeri si utilizzano anche delle variabili per generalizzare strutture e relazioni.

Una comprensione di base dei numeri, delle variabili, delle operazioni e delle espressioni è necessaria per orientarsi nel mondo di oggi e per contribuire a dargli forma.

Contenuti centrali:

- quantità;
- serie di numeri con numeri naturali, interi e fratti;
- sistema decimale e sistema di numerazione posizionale;
- immaginazioni e rappresentazioni di numeri;
- leggi aritmetiche e vantaggi di calcolo;
- addizionare, sottrarre, moltiplicare, dividere, potenziare;
- approssimare, arrotondare;
- relazioni tra operazioni e risultati.

Forma e spazio

Punti, linee, figure e solidi nonché le loro caratteristiche, relazioni e schemi sono oggetto dell'ambito di competenza *Forma e spazio*. Esempi tratti dalla vita quotidiana (ad es. dall'architettura, dall'arte, dalla tecnica e dalla natura) possono invitare a studiare, interpretare, modificare e rappresentare oggetti geometrici e metterli in relazione tra loro. Il concetto aritmetico di numero viene rafforzato da rappresentazioni geometriche. Inversamente, gli oggetti geometrici e le loro caratteristiche possono essere descritti con l'ausilio di numeri, variabili o espressioni. I confini tra forma e spazio da un lato e gli altri due ambiti di competenza dall'altro non sono ben definiti.

Grandezze, funzioni, dati e casualità

L'ambito di competenza *Grandezze, funzioni, dati e casualità* si occupa di fenomeni dell'ambiente circostante. Si tratta di aspetti quantificabili che possono essere esplorati e descritti con l'aiuto di numeri e rappresentati con tabelle, grafici, testi o diagrammi.

Le grandezze si riferiscono tra l'altro a lunghezze, aree, volumi, pesi o masse, somme di denaro, indicazioni temporali e durate. Esse vengono descritte con valori numerici.

Le funzioni descrivono le relazioni tra due grandezze (ad es. tra prezzo e peso).

I dati possono essere analizzati con metodi della statistica.

La casualità si riferisce a esperimenti casuali e alla combinatoria.

Contenuti centrali:

- caratteristiche di oggetti (lunghezza, area, volume, peso);
- determinare le grandezze e fare i calcoli con esse;
- unità SI (ad es. misure di lunghezza: km, m, dm, cm, mm);
- combinatoria in situazioni concrete;
- rilevamenti e analisi di dati;
- probabilità nella vita quotidiana e in esperimenti casuali;
- funzioni per la descrizione di relazioni quantitative;
- rappresentazioni diverse di relazioni funzionali (lingua, tabella, espressione, grafo);
- relazioni lineari, proporzionali e inversamente proporzionali.

Attività

Il piano di studio del settore disciplinare distingue le tre attività *Operare e denominare*, *Esplorare* e *argomentare* nonché *Matematizzare* e *rappresentare*.

Operare e denominare

L'attività dell'operare consiste nel mettere in relazione o cambiare concetti, numeri, forme o solidi e registrare i risultati.

L'attività del denominare mette l'accento sull'utilizzo del linguaggio matematico. Quest'ultimo facilita una chiara comunicazione e serve a evitare malintesi.

Attività centrali:

- sfruttare correlazioni per fare i calcoli;
- applicare formule e leggi fondamentali (ad es. nella trasformazione e valutazione di espressioni);
- calcolare i risultati (calcolo mentale, annotare le proprie vie di calcolo e procedure scritte);
- calcoli mentali automatizzati (ad es. tabella dell'addizione e tabelline);
- designare, convertire e stimare grandezze;
- utilizzare strumenti, attrezzi e ausili nonché strumenti di misurazione;
- interpretare e utilizzare concetti e simboli;
- operare con forme (scomporre, unire, traslare, ruotare, riflettere, ingrandire, rimpicciolire, sovrapporre);
- schizzare, disegnare e creare costruzioni di base.

Esplorare e argomentare

Nell'attività *Esplorare e argomentare* gli allievi studiano e motivano strutture matematiche. In tale contesto sanno scoprire, descrivere, provare, spiegare o valutare conoscenze, correlazioni o relazioni esemplari o generali.

Attività centrali:

- affrontare quanto sconosciuto, sperimentare, cercare esempi;
- formulare ipotesi e domande;
- analizzare fatti, rappresentazioni e affermazioni;
- chiarire una domanda rilevando e analizzando i dati;
- variare sistematicamente numeri, figure, solidi o situazioni;
- descrivere, verificare, analizzare criticamente, interpretare e motivare risultati;
- scoprire, modificare, continuare, inventare e motivare schemi;
- argomentare con esempi e analogie;
- fornire prove.

Matematizzare e rappresentare

Nell'attività del matematizzare, situazioni e testi vengono riportati in schizzi, operazioni ed espressioni. Inversamente, si tratta di concretizzare o di illustrare operazioni, espressioni e schizzi.

Nei contesti matematici, l'attività del matematizzare significa riconoscere relazioni, analogie o strutture e generalizzarle mediante regole, leggi o formule. Inversamente, espressioni e formule possono essere visualizzate o illustrate con l'aiuto di modelli.

La rappresentazione di conoscenze avviene in modo linguistico, con immagini, in modo grafico-astratto e formale oppure anche in modo concreto con oggetti e azioni. Il concetto "rappresentare" ha un significato molto ampio. Esso comprende tutte le attività che rendono i ragionamenti, gli schemi o i fatti ricostruibili, riconoscibili o comprensibili.

Attività centrali:

- semplificare e rappresentare una situazione;
- riconoscere e descrivere schemi, strutture e regolarità;
- convertire azioni, immagini, grafici, testi, espressioni o tabelle in un'altra forma di rappresentazione;
- rappresentare e interpretare modelli, vie di soluzione, ragionamenti e risultati matematici;
- rappresentare contenuti matematici (in forma orale e scritta, con tabelle, figure e solidi, grafici, testi o situazioni);
- riportare numeri figurati (quantità facilmente determinabili sulla base della loro disposizione) in schemi o serie di numeri;
- visualizzare schemi e serie di numeri (ad es. mediante punti o segni di conteggio).

Ulteriori indicazioni**Competenze di base mancanti e punti di riferimento**

In relazione a singole competenze da sviluppare non sono state definite competenze di base. Con riguardo allo sviluppo di tali competenze non si presuppone che gli allievi raggiungano un determinato grado di competenza nel ciclo in questione. Tuttavia essi devono avere la possibilità di lavorare a quei gradi di competenza che rientrano nell'incarico del rispettivo ciclo. In relazione a singole competenze da sviluppare non sono stati definiti punti di riferimento. In tal caso, solo nella seconda metà del ciclo è possibile iniziare a lavorare al relativo grado di competenza.

Ampliamenti

Nel 3° ciclo dello sviluppo delle competenze, prima della competenza di base alcuni contenuti sono contrassegnati con un ampliamento. Questi contenuti non devono essere elaborati da tutti gli allievi. Gli ampliamenti sono richiesti per l'esame d'ammissione per una scuola superiore. Per motivi di logica della materia, essi sono indicati prima della competenza di base.